

ROZWIĄZANIA

GRUPA A

Zadanie 1

Dane:

$$s_{\text{ost}} = 12 \text{ m}, \quad \Delta t = 0,4 \text{ s}, \quad g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Obliczenie prędkości

Korzystamy ze wzoru na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Dla ostatniego odcinka ruchu:

$$s_{\text{ost}} = v \Delta t + \frac{1}{2} g (\Delta t)^2$$

Przekształcamy wzór do postaci pozwalającej obliczyć prędkość:

$$v = \frac{s_{\text{ost}} - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2}{\Delta t}$$

Podstawiamy dane:

$$v = \frac{12 - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot (0,4)^2}{0,4}$$

$$v = \frac{12 - 0,7848}{0,4}$$

$$v = 28,038 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Obliczenie wysokości przebytej przed ostatnim odcinkiem

Korzystamy ze wzoru:

$$v^2 = 2 g s_0$$

Stąd:

$$s_0 = \frac{v^2}{2 g}$$

Podstawiamy:

$$s_0 = \frac{(28,038)^2}{2 \cdot 9,81}$$

$$s_0 = 40,07 \text{ m}$$

Całkowita wysokość wynosi:

$$H = s_0 + s_{\text{ost}}$$

$$H = 40,07 + 12$$

$$H = 52,07 \text{ m}$$

Zadanie 2.1

Dane:

$$v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad t = 0,5 \text{ s}, \quad s = 4 \text{ m}$$

Obliczenie przyspieszenia

Korzystamy ze wzoru:

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$$

Podstawiamy dane:

$$4 = 10 \cdot 0,5 - \frac{a(0,5)^2}{2}$$

$$4 = 5 - \frac{0,25a}{2}$$

$$4 = 5 - 0,125a$$

$$0,125a = 1$$

$$a = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Obliczenie prędkości w punkcie B

Korzystamy ze wzoru:

$$v_B = v_0 - at$$

Podstawiamy:

$$v_B = 10 - 8 \cdot 0,5$$

$$v_B = 10 - 4$$

$$v_B = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 2.2

Dane:

$$d = 6 \text{ m}, \quad H = 15 \text{ m}, \quad v_B = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Obliczenie czasu ruchu

W kierunku poziomym korzystamy ze wzoru:

$$d = v_B t$$

Stąd:

$$t = \frac{d}{v_B}$$

Podstawiamy:

$$t = \frac{6}{6}$$

$$t = 1 \text{ s}$$

Obliczenie drogi przebytej w pionie

Korzystamy ze wzoru:

$$\Delta h = \frac{gt^2}{2}$$

Podstawiamy:

$$\Delta h = \frac{9,81 \cdot 1^2}{2}$$

$$\Delta h = 4,905 \text{ m}$$

Szukana wysokość:

$$h = H - \Delta h$$

$$h = 15 - 4,905$$

$$h = 10,095 \text{ m}$$

$$h \approx 10,10 \text{ m}$$

Zadanie 2.3

Obliczenie całkowitego czasu ruchu

$$t_s = 0,5 + 1$$

$$t_s = 1,5 \text{ s}$$

Obliczenie drogi spadania

Korzystamy ze wzoru:

$$s_s = \frac{gt_s^2}{2}$$

Podstawiamy:

$$s_s = \frac{9,81 \cdot (1,5)^2}{2}$$

$$s_s = \frac{9,81 \cdot 2,25}{2}$$

$$s_s = 11,036 \text{ m}$$

Obliczenie wysokości

$$H_1 = h + s_s$$

Podstawiamy:

$$H_1 = 10,095 + 11,036$$

$$H_1 = 21,13 \text{ m}$$

Zadanie 3.1

Dane:

$$l = 0,30 \text{ m}, \quad v_1 = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_2 = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Korzystamy z zależności między prędkością liniową a prędkością kątową:

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Prędkościątowe obu punktów są jednakowe:

$$\omega_1 = \omega_2$$

Zatem:

$$\frac{v_1}{r + l} = \frac{v_2}{r}$$

Podstawiamy dane:

$$\frac{0,8}{r + 0,30} = \frac{0,5}{r}$$

Mnożymy na krzyż:

$$0,8r = 0,5(r + 0,30)$$

$$0,8r = 0,5r + 0,15$$

$$0,3r = 0,15$$

$$r = \frac{0,15}{0,3}$$

$$r = 0,50 \text{ m}$$

Zadanie 3.2

Obliczenie prędkości kątowej

Korzystamy ze wzoru:

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Podstawiamy:

$$\omega = \frac{0,5}{0,5}$$

$$\omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Zamiana kąta na radiany

$$60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

Obliczenie czasu

Korzystamy ze wzoru:

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

Przekształcamy:

$$t = \frac{\alpha}{\omega}$$

Podstawiamy:

$$t = \frac{\frac{\pi}{3}}{1}$$

$$t = \frac{\pi}{3} \text{ s}$$

$$t \approx 1,05 \text{ s}$$

Wyniki – grupa A

$$H = 52,07 \text{ m}$$

$$v_B = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$h \approx 10,10 \text{ m}$$

$$H_1 = 21,13 \text{ m}$$

$$r = 0,50 \text{ m}$$

$$t \approx 1,05 \text{ s}$$

ROZWIĄZANIA

GRUPA B

Zadanie 1

Dane:

$$s_{\text{ost}} = 15 \text{ m}, \quad \Delta t = 0,5 \text{ s}, \quad g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Obliczenie prędkości

Korzystamy ze wzoru:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Dla ostatniego odcinka ruchu:

$$s_{\text{ost}} = v \Delta t + \frac{1}{2} g (\Delta t)^2$$

Przekształcamy wzór:

$$v = \frac{s_{\text{ost}} - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2}{\Delta t}$$

Podstawiamy:

$$v = \frac{15 - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot (0,5)^2}{0,5}$$

$$v = \frac{15 - 1,22625}{0,5}$$

$$v = 27,5475 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Obliczenie wysokości przebytej przed ostatnim odcinkiem

Korzystamy ze wzoru:

$$v^2 = 2 g s_0$$

Stąd:

$$s_0 = \frac{v^2}{2 g}$$

Podstawiamy:

$$s_0 = \frac{(27,5475)^2}{2 \cdot 9,81}$$

$$s_0 = 38,68 \text{ m}$$

Całkowita wysokość:

$$H = s_0 + s_{\text{ost}}$$

$$H = 38,68 + 15$$

$$H = 53,68 \text{ m}$$

Zadanie 2.1

Dane:

$$v_0 = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad t = 0,4 \text{ s}, \quad s = 3 \text{ m}$$

Obliczenie przyspieszenia

Korzystamy ze wzoru:

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$$

Podstawiamy:

$$3 = 9 \cdot 0,4 - \frac{a(0,4)^2}{2}$$

$$3 = 3,6 - \frac{0,16a}{2}$$

$$3 = 3,6 - 0,08a$$

$$0,08a = 0,6$$

$$a = 7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Obliczenie prędkości w punkcie B

Korzystamy ze wzoru:

$$v_B = v_0 - at$$

Podstawiamy:

$$v_B = 9 - 7,5 \cdot 0,4$$

$$v_B = 9 - 3$$

$$v_B = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 2.2

Dane:

$$d = 4,8 \text{ m}, \quad H = 13,2 \text{ m}, \quad v_B = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Obliczenie czasu

Korzystamy ze wzoru:

$$d = v_B t$$

Stąd:

$$t = \frac{d}{v_B}$$

Podstawiamy:

$$t = \frac{4,8}{6}$$

$$t = 0,8 \text{ s}$$

Obliczenie drogi przebytej w pionie

Korzystamy ze wzoru:

$$\Delta h = \frac{gt^2}{2}$$

Podstawiamy:

$$\Delta h = \frac{9,81 \cdot (0,8)^2}{2}$$

$$\Delta h = \frac{9,81 \cdot 0,64}{2}$$

$$\Delta h = 3,139 \text{ m}$$

Szukana wysokość:

$$h = H - \Delta h$$

$$h = 13,2 - 3,139$$

$$h = 10,061 \text{ m}$$

$$h \approx 10,06 \text{ m}$$

Zadanie 2.3

Obliczenie całkowitego czasu ruchu

$$t_s = 0,4 + 0,8$$

$$t_s = 1,2 \text{ s}$$

Obliczenie drogi spadania

Korzystamy ze wzoru:

$$s_s = \frac{gt_s^2}{2}$$

Podstawiamy:

$$s_s = \frac{9,81 \cdot (1,2)^2}{2}$$

$$s_s = \frac{9,81 \cdot 1,44}{2}$$

$$s_s = 7,063 \text{ m}$$

Obliczenie wysokości

$$H_1 = h + s_s$$

Podstawiamy:

$$H_1 = 10,061 + 7,063$$

$$H_1 = 17,12 \text{ m}$$

Zadanie 3.1

Dane:

$$l = 0,24 \text{ m}, \quad v_1 = 0,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_2 = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Korzystamy z zależności:

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Prędkości kątowe obu punktów są jednakowe:

$$\omega_1 = \omega_2$$

Zatem:

$$\frac{v_1}{r + l} = \frac{v_2}{r}$$

Podstawiamy:

$$\frac{0,7}{r + 0,24} = \frac{0,4}{r}$$

Mnożymy na krzyż:

$$0,7r = 0,4(r + 0,24)$$

$$0,7r = 0,4r + 0,096$$

$$0,3r = 0,096$$

$$r = \frac{0,096}{0,3}$$

$$r = 0,32 \text{ m}$$

Zadanie 3.2

Obliczenie prędkości kątowej

Korzystamy ze wzoru:

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Podstawiamy:

$$\omega = \frac{0,4}{0,32}$$

$$\omega = 1,25 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Zamiana kąta na radiany

$$45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

Obliczenie czasu

Korzystamy ze wzoru:

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

Przekształcamy:

$$t = \frac{\alpha}{\omega}$$

Podstawiamy:

$$t = \frac{\frac{\pi}{4}}{1,25}$$

$$t = 0,628 \text{ s}$$

$$t \approx 0,63 \text{ s}$$

Wyniki – grupa B

$$H = 53,68 \text{ m}$$

$$v_B = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$h \approx 10,06 \text{ m}$$

$$H_1 = 17,12 \text{ m}$$

$$r = 0,32 \text{ m}$$

$$t \approx 0,63 \text{ s}$$